

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ

XIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

<http://astro-olymp.org>

III кръг, 11 април 2010 г., практически тур

Ученици от 11-12 клас – решение

Спектрално двойна звезда. Звездата HD 80715 от съзвездието Рис е двойна система, намираща се на разстояние 80 светлинни години от нас. Двете звезди са много сходни една с друга. Те са от спектрален клас K и имат приблизително еднакви маси.

- На фигурата са представени измененията с времето на една абсорбционна линия в спектъра на звездата. Вижда се, че през определени интервали от време линията се раздвоява на две компоненти, а после те отново се събират в една. Обяснете това явление.

- Направете необходимите измервания и пресмятания и постройте кривите на изменение на лъчевите скорости на двете звезди с времето.

- Определете орбиталния период на звездите в двойната система.

- Пресметнете разстоянието между двете звезди при предположение, че зрителният лъч от земния наблюдател лежи в орбиталната равнина на звездите..

- Намерете масите на звездите в единици слънчеви маси.

Справочни данни:

Гравитационна константа

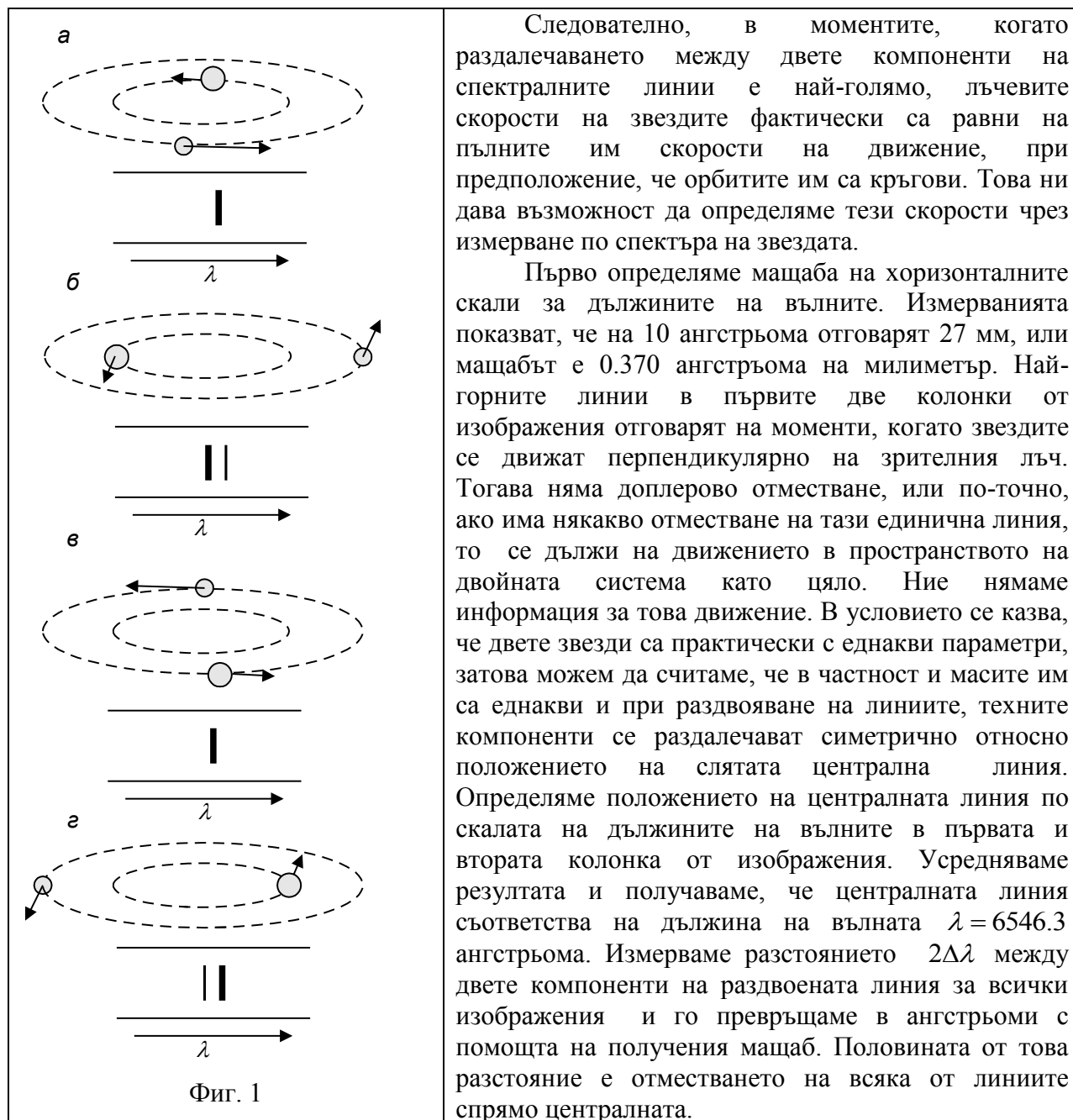
$$6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{кг} \cdot \text{с}^2$$

Маса на Слънцето

$$2 \times 10^{30} \text{ кг}$$

Решение:

При една спектрално двойна звезда системата е разположена така, че зрителният лъч от нас към нея лежи близо до орбиталната равнина на двете звезди. Поради това, в различни моменти от време скоростта на всяка от звездите сключва различен ъгъл спрямо този зрителен лъч в зависимост от моментното положение на звездата по орбитата ѝ около центъра на масите на системата. Ето защо в процеса на орбитално движение лъчевите скорости на звездите – проекциите на скоростите по зрителния лъч – се променят периодично. Спектърът на една двойна звезда се получава от светлината, излъчвана и от двете звезди. При определени положения на звездите по техните орбити спектралните линии, формирани от излъчването на всяка от звездите, имат различно отместване в резултат на ефекта на Доплер. Когато звездите се движат перпендикулярно на зрителния лъч (Фиг. 1 а, в), няма доплерово отместване и спектралните линии са единични (слети). Когато лъчевите скорости на звездите са максимални (Фиг. 1 б, г), доплеровото отместване е максимално в двете посоки и линиите са раздвоени, а разстоянието между двете компоненти на всяка от линиите е най-голямо.



Следователно, в моментите, когато раздалечаването между двете компоненти на спектралните линии е най-голямо, лъчевите скорости на звездите фактически са равни на пълните им скорости на движение, при предположение, че орбитите им са кръгови. Това ни дава възможност да определяме тези скорости чрез измерване по спектъра на звездата.

Първо определяме мащаба на хоризонталните скали за дължините на вълните. Измерванията показват, че на 10 ангстрьома отговарят 27 мм, или мащабът е 0.370 ангстрьома на милиметър. Най-горните линии в първите две колонки от изображения отговарят на моменти, когато звездите се движат перпендикулярно на зрителния лъч. Тогава няма доплерово отместване, или по-точно, ако има някакво отместване на тази единична линия, то се дължи на движението в пространството на двойната система като цяло. Ние нямаме информация за това движение. В условието се казва, че двете звезди са практически с еднакви параметри, затова можем да считаме, че в частност и масите им са еднакви и при раздвояване на линиите, техните компоненти се раздалечават симетрично относно положението на слятата централна линия. Определяме положението на централната линия по скалата на дължините на вълните в първата и втората колонка от изображения. Усредняваме резултата и получаваме, че централната линия съответства на дължина на вълната $\lambda = 6546.3$ ангстрьома. Измерваме разстоянието $2\Delta\lambda$ между двете компоненти на раздвоената линия за всички изображения и го превръщаме в ангстрьоми с помощта на получения мащаб. Половината от това разстояние е отместването на всяка от линиите спрямо централната.

За моментната лъчева скорост на една от звездите можем да напишем:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c}$$

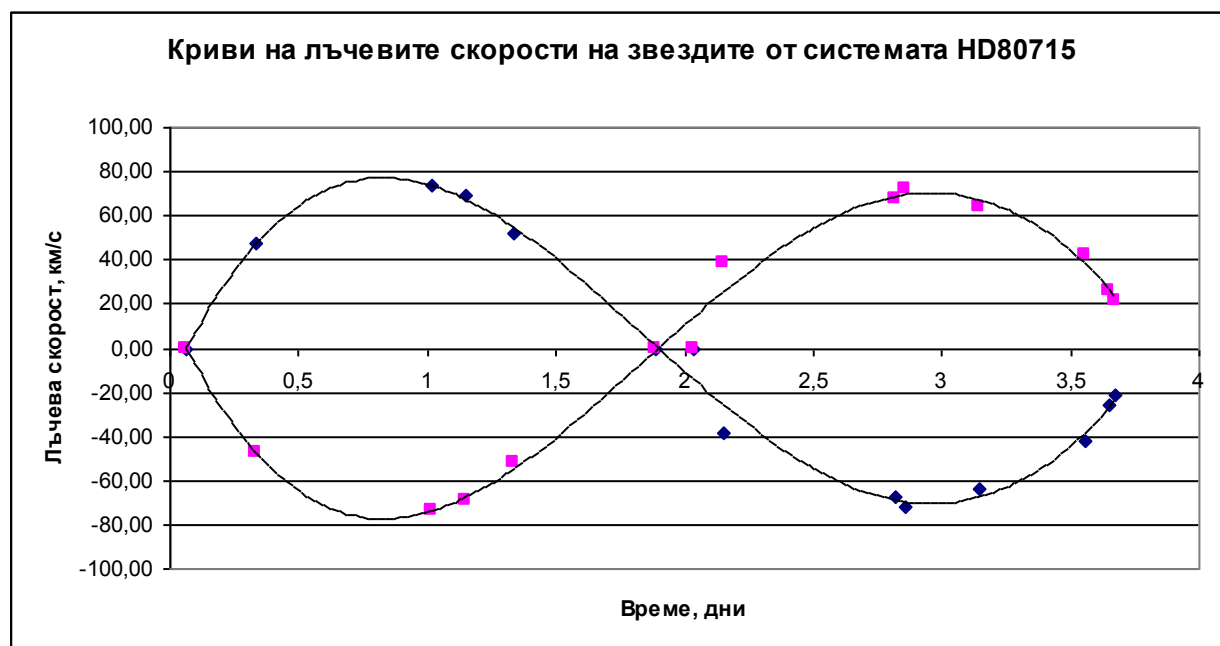
където $c = 300\,000$ км/с е скоростта на светлината.

$$v_r = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

В същия момент лъчевата скорост на другата звезда е същата по големина, но с обратен знак. Подреждаме стойностите в таблица:

Време, дни	$\Delta\lambda$, mm	$\Delta\lambda$, Angstr.	Лъчева скорост на звездата А, km/s	Лъчева скорост на звездата В, km/s
0,061	0	0,00	0,00	0,00
0,334	5,5	2,07	47,51	-47,51
1,019	8,5	3,20	73,43	-73,43
1,152	8	3,02	69,11	-69,11
1,338	6	2,26	51,83	-51,83
1,886	0	0,00	0,00	0,00
2,038	0	0,00	0,00	0,00
2,148	4,5	1,67	-38,15	38,15
2,821	8	2,96	-67,83	67,83
2,859	8,5	3,15	-72,07	72,07
3,145	7,5	2,78	-63,59	63,59
3,559	5	1,85	-42,39	42,39
3,654	3	1,11	-25,44	25,44
3,677	2,5	0,93	-21,20	21,20

Построяваме графика на зависимостта на лъчевите скорости на двете звезди от времето.



По синусоидалната форма на кривите заключаваме, че компонентите в системата се движат по кръгови орбити и можем да смятаме, че максималните стойности на лъчевите скорости са равни на пълните скорости на звездите. Определяме пълните скорости, които са равни за двете компоненти, понеже имат еднакви маси:

$$v_{r\max} = v \approx 74 \text{ км/с}$$

Интервалът от време между двата момента с нулеви лъчеви скорости е равен на половината орбитален период. Така определяме орбиталния период, който е

$T \approx 3.7$ денонощия. Разстоянието на всяка от звездите до центъра на масите на системата ще бъде:

$$r = vT/2\pi$$

Всъщност това е радиусът на орбитата. Разстоянието между двете звезди е удвоената стойност на този радиус, или $a = 2r \approx 7530000$ км. (Това разстояние е радиусът на относителната орбита на едната звезда спрямо другата и то играе ролята на голямата полуос на относителната орбита в обобщения закон на Кеплер.)

Масите на звездите намираме чрез III закон на Кеплер:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma \cdot 2M}{4\pi^2}$$
$$M = \frac{2\pi^2 a^3}{\gamma T^2}$$

$$M \approx 0.62 \text{ слънчеви маси}$$

Масите на двете звезди са малки и по тях можем да заключим, че са джуджета, похладни от Слънцето. Наистина това са звезди от спектрален клас К и стойността на масите, която получихме, е много близка до установената от астрономите.

Критерии за оценяване:

Общо 22 т.

За обяснение на раздвоението на линиите – 2 т.

За правилна теоретична идея за определяне на пълните скорости на звездите в дадената конкретна двойна система – 2 т.

За определяне на мащабите в ангстрьومي и на положението на централната линия – 2 т.

За измерване и пресмятане на разстоянието между линиите в ангстрьومي във всички моменти – 3 т.

За изчисление на лъчевите скорости – 3 т.

За построяване на кривата – 3 т.

За извода, че орбитите са кръгови и определяне на пълните скорости – 2 т.

За определяне на разстоянието между звездите и верен числен резултат – 1+1 т.

За пресмятане на масите и верен числен резултат – 2+1 т.

